

Sumas

Autor: Manuel Torres Cid

Primero de todo, observemos que calcular la suma en las posiciones coprimas es análogo a calcular la suma en las posiciones no coprimas.

Definamos $g(n) := \sum_{n|i} a_i$, la suma de múltiplos de n , y $S_n = \{p : p|n \text{ y } p \text{ primo}\}$, los divisores primos de n . Una primera idea sería creer que la respuesta es $\sum_{i \in S_n} g(i)$, pero habría valores que estaríamos contando más de una vez. Para solucionar esto, usaremos el principio de inclusión-exclusión.

Sea $T_n = \{i : i|n \text{ y } \nexists p \text{ tal que } p^2|i \text{ y } p \text{ primo}\}$. Aplicando inclusión-exclusión obtenemos que la respuesta para la pregunta k es $g(1) - \sum_{i \in T_k} (-1)^{|S_i|} g(i)$.

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3 #define int long long
4
5 void solve() {
6     int n, q;
7     cin >> n >> q;
8     vector<int> a(n+1);
9     for (int i = 1; i <= n; i++)
10         cin >> a[i];
11
12     vector<vector<int>> divisores_buenos(n+1);
13     vector<vector<int>> divisores_primos(n+1);
14
15     for (int i = 2; i <= n; i++) {
16         bool es_divisible_potencia_primo = false;
17         for (auto x : divisores_primos[i])
18             if ((i/x)%x == 0) es_divisible_potencia_primo = true;
19         if (!es_divisible_potencia_primo) {
20             for (int j = i; j <= n; j += i) {
21                 divisores_buenos[j].push_back(i);
22             }
23         }
24
25         if (divisores_primos[i].empty()) { // Es primo.
26             for (int j = i; j <= n; j += i) {
27                 divisores_primos[j].push_back(i);
28             }
29         }
30     }
31
32     vector<int> sumas(n+1);
33     for (int i = 1; i <= n; i++) {
34         for (int j = i; j <= n; j += i)
35             sumas[i] += a[j];
36     }
37
38     while (q--) {
39         int k; cin >> k;
40         int ans = sumas[1];
41         for (auto x : divisores_buenos[k]) {
42             int mul = divisores_primos[x].size() % 2 == 0 ? 1 : -1;
43             ans += sumas[x] * mul;
44         }
45         cout << ans << " ";
46     }
47     cout << "\n";
48 }
49
50 signed main() {
51     ios::sync_with_stdio(false);
52     cin.tie(nullptr);
53     int T;
54     cin >> T;
55     while (T--) solve();
56 }
```